

تئوری ارتعاشات

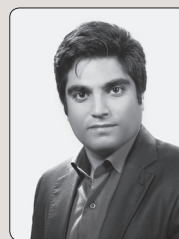
ارتعاشات



Tacoma Narrows Bridge 1940
Wind induced vibrations



سعید کردی زاده
شرکت بهره‌برداری و تعمیراتی مپنا
Site@kordizade.com



تئوری ارتعاشات

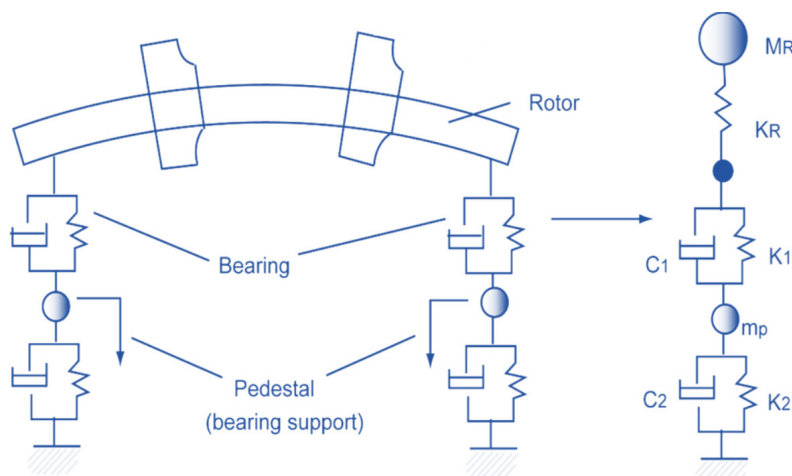
معمولاً در کلاس‌ها و کارگاه‌های آنالیز ارتعاشات، حین تدریس بخشی که پیش رو داریم، برخی از فراگیرها در قالب شوخی به من می‌گویند: ما در محل کارمان این‌همه دور ماشین گشتیم، ولی فنر ندیدیم! دمپر ندیدیم! چرا از دانشگاه تا محل کارمان، این روابط ریاضی همواره بیان می‌شود؟



شکل ۳-۱ تئوری ارتعاشات

در پاسخ به آن‌ها می‌گوییم: فرض کنید می‌خواهید روتور یک توربین را با ریاضیات مدل کنید؛ تمام جرم روتور توربین را در مؤلفه‌ای به نام «m» قرار می‌دهید. کشسانی روتور را با فنری به سختی «k» معادل کرده و میرایی (یعنی عناصری مانند اصطکاک روتور توربین با فیلم روغن یاتاقان‌های ژورنال که باعث ضعیف شدن، مُردن و میرا شدن موج ارتعاشی می‌شود) را با نماد دمپر و مؤلفه‌ای به نام «c» قرار می‌دهید. لازم به ذکر است که در دنیای واقعی فنر خالص یا جرم خالص وجود ندارد و هر قطعه مکانیکی نسبتاً دارای هر سه خاصیت می‌باشد. اما بعضی قطعات مانند فنرها نسبت به اجسام صلب، کشسانی بیشتری داشته و به همین علت به عنوان فنر در معادلات دینامیکی لحاظ می‌شوند. باید متذکر شوم، حضور m و k برای تولید ارتعاش ضروری می‌باشد.

معادلات دینامیکی روتور توربین



شکل ۳-۲- شبیه‌سازی روتور توربین به کمک جرم، فنر و دمپر

طبق آنچه پیش تر گفته شد، از برآیند معادلات دینامیکی روتور توربین، نهایتاً به این معادله خواهید رسید:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$$

پاسخ این معادله (شکل ۳-۳) پاسخ روتور توربین می باشد.

$$F_s = -kx \quad F = ma = m\ddot{x}$$

$$F_d = -c\dot{x} = -c\dot{x}$$

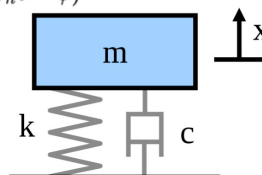
$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$$

$$x(t) = X e^{-\zeta \omega_n t} \cos(\sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n t - \phi)$$

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}$$

$$c_c = 2\sqrt{km}$$

$$f_d = f_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$



شکل ۳-۳ معادلات دینامیکی روتور توربین

حالا فرض کنید که نیروی نامیزانی جرمی یا نابالانسی (Unbalance) به روتور توربین اضافه شود. در این حالت نمی توان با معادله قبلی، ارتعاشات روتور را به دست آورد؛ بنابراین باید معادله زیر را مدنظر قرار داد:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \sin(\omega t)$$

پاسخ معادله بالا به قرار زیر است:

$$x(t) = X \sin(\omega t + \varphi)$$

مقادیر زاویه فاز (φ) و دامنه (X) برحسب فرکانس (ω) ، سختی روتور (k) و جرم روتور (m) به این صورت قابل محاسبه است:

$$X = \frac{F_0}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{c\omega}{k - m\omega^2}$$

$$F_s = -kx \quad F = ma = m\ddot{x}$$

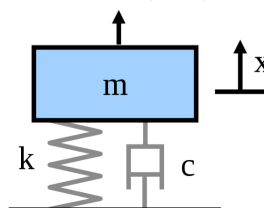
$$F_d = -c\dot{x} = -c\dot{x}$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \sin(2\pi ft) \quad F = F_0 \sin(2\pi ft)$$

$$x(t) = X \sin(2\pi ft + \phi)$$

$$X = \frac{F_0}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}}$$

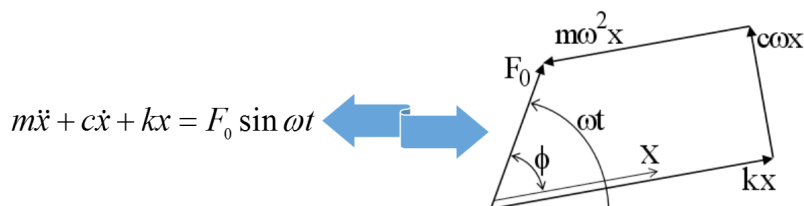
$$\phi = \tan^{-1} \frac{c\omega}{k - m\omega^2}$$



شکل ۴-۳ معادلات دینامیکی روتور توربین دچار نابالانسی

نکته مهمی در اینجا وجود دارد و در شکل ۳-۵ شاهد آن هستیم. این نکته مهم از این قرار است: معادله نیروی نابالانسی و پاسخ، فرکانس یکسانی دارند اما معادله پاسخ از معادله نیروی نابالانسی یا نیروی تحریک به اندازه زاویه ϕ عقب می‌باشد. این نکته در عیب‌یابی ماشین بسیار سودمند است.

$$x(t) = X \sin(\omega t + \phi)$$



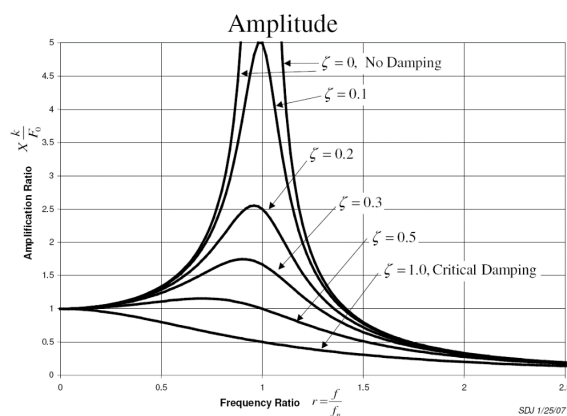
شکل ۳-۵ زاویه ϕ در معادله پاسخ و تحریک

بررسی نمودار ϕ و X بر حسب دور ماشین و نسبت میرایی

نمودار شکل ۳-۶ رابطه دامنه با دور ماشین را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌کنید وقتی دور ماشین به فرکانس طبیعی ماشین نزدیک می‌شود، دامنه روندی افزایشی پیدا می‌کند. در این مواقع اگر میرایی وجود نداشته باشد، دامنه بی‌نهایت می‌شود. این مساله اهمیت وجود فیلم روغن در یاتاقان‌های ماشین‌های بزرگ همانند توربین را نشان می‌دهد؛ زیرا وظیفه فیلم روغن ایجاد میرایی و جلوگیری از بی‌نهایت شدن دامنه ارتعاش است. بنابراین توربین‌های سنگین وزن، قادر به عبور از فرکانس طبیعی به وسیله بلبرینگ (Ball Bearing) نیستند و در این شرایط شما مجبور هستید که از یاتاقان ژورنال استفاده کنید.

از آنجایی که تغییر دمای روغن باعث تغییر مقادیر سختی (K) و میرایی (C) فیلم روغن تشکیل شده در یاتاقان توربین می‌شود، لذا با اندازه‌گیری دقیق این تغییرات دمایی به کمک سنسور دما، معادلات دینامیکی شفت توربین مدل شده و قابل تحلیل و ردیابی است. از همین منظر شرکت زیمنس در توربین‌های نسل جدید خود، با گذاشتن سنسورهای فوق‌العاده دقیق اندازه‌گیری دما در بابیت یاتاقان‌های توربین و اندازه‌گیری دمای فیلم روغن، سنسورهای ارتعاشی یاتاقان را حذف نموده است.

سوال: آیا منطقی است که میرایی را زیاد کنیم تا دامنه ارتعاشات و رزونانس کمتری داشته باشیم؟ مثلاً ویسکوزیته روغن توربین را بالا ببریم.



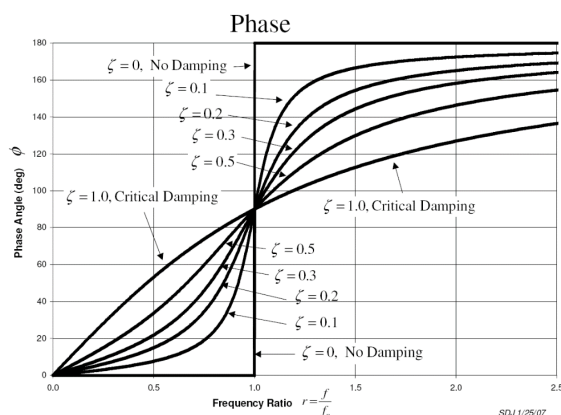
شکل ۳-۶ رابطه دامنه با دور ماشین

مهم‌ترین وظیفه فیلم روغن در یاتاقان توربین، ایجاد میرایی و جلوگیری از بی‌نهایت شدن دامنه ارتعاش است.

در پاسخ باید بگوییم: فرض کنید در روانکاری یاتاقان توربین به جای روغن از گیریس که ویسکوزیته و میرایی بالاتری دارد، استفاده کنید، در این شرایط اگر چه دامنه ارتعاش کاهش می‌یابد ولی اتلاف انرژی حال از نیروی تحریک دیگر در یاتاقان اتفاق نمی‌افتد و به جای یاتاقان به استراکچر و فونداسیون یاتاقان وارد می‌شود؛ بدین ترتیب مشکل ارتعاشات توربین، برطرف نشده و صرفاً به محل دیگری منتقل شده است.

نکته دیگری که در نمودار شکل ۳-۶ وجود دارد، این است: پس از اینکه دور ماشین از فرکانس طبیعی اول خود عبور کند، دامنه ارتعاشات ماشین کاهش می‌یابد. این مساله نشان می‌دهد که ماشین‌های بزرگ پس از عبور از فرکانس طبیعی اول، نرم‌تر کار می‌کنند؛ زیرا در سرعت‌های بالاتر از سرعت بحرانی، عکس‌العمل روتور در برابر نابالانسی ۱۸۰ درجه به تاخیر می‌افتد و این مساله باعث می‌شود مرکز جرم به مرکز دوران نزدیک شود؛ لذا روتورها در سرعت‌های بالاتر از سرعت بحرانی نرم‌تر کار می‌کنند. به همین خاطر توربین گازی (MGT 70(V94.2 مپنا، پس از عبور از دور بحرانی اول یعنی ۱۷۲۰rpm، در دورکاری ۳۰۰۰rpm با شبکه برق کشور سنکرون می‌گردد.

منحنی زاویه فاز ϕ برحسب دور ماشین در شکل ۳-۷ نشان داده شده و همان‌طور که مشاهده می‌کنید در سرعت بحرانی، تمام منحنی‌ها از $\phi = 90^\circ$ عبور می‌کنند. طبق این منحنی وقتی دور ماشین به فرکانس طبیعی نزدیک می‌شود، زاویه فاز ۹۰ درجه و مقدار دامنه ارتعاش در حداکثر میزان ممکن می‌باشد. این نکته مهم در تشخیص فرکانس طبیعی بسیار سودمند است.



شکل ۳-۷ رابطه زاویه فاز با دور ماشین

زمانی که فرکانس کاری ماشین به فرکانس طبیعی نزدیک می‌شود، زاویه فاز ۹۰ درجه بوده و مقدار دامنه ارتعاش حداکثر می‌باشد.

فرکانس طبیعی یا آهنگ طبیعی چیست؟

کودکی را تصور کنید به صورت آزادانه بر روی یک تاب در حال تاب خوردن است. این در حالی است که نه آن کودک خود را تکان می‌دهد و نه کسی او را تاب می‌دهد (بدون اعمال نیروی خارجی)، اگر این حرکت را به دقت نگاه کنیم خواهیم دید که کودک با یک آهنگ ثابت و خاص در حال تاب خوردن می‌باشد.



شکل ۳-۸ «طبیعی ترین آهنگ» تاب خوردن یا «فرکانس طبیعی» تاب خوردن

اگر هر سیکل حرکت در تاب خوردن بچه یک ثانیه باشد؛ می توان گفت، طبیعی ترین آهنگ تاب خوردن کودک، 1 Hz است؛ چون کودک در هر ثانیه یک نوسان کامل داشته است. نام دیگر «طبیعی ترین آهنگ» تاب خوردن، «فرکانس طبیعی» تاب خوردن است. فرکانس طبیعی یک خاصیت فیزیکی از سیستم تاب خوردن این کودک است (درست مانند وزن بچه که یک خاصیت فیزیکی خود بچه است) و تنها راه تغییر آن دخالت خود بچه در تاب خوردن طبیعی به وسیله پاهایش است، مثلاً با تغییر وضعیت اندام، جمع کردن پاهایش و چیزهایی از این قبیل.

ماشین ها نیز مانند کودکی که در حال تاب خوردن بود، به نوسان با یک فرکانس خاص، تمایل دارند. آهنگ نوسان یا فرکانسی که هر ماشین تمایل به نوسان با آن را دارد، فرکانس طبیعی آن ماشین می نامند. به عبارتی فرکانس طبیعی یک ماشین همان آهنگ طبیعی ارتعاشی ماشین است که ماشین ترجیح می دهد با آن ارتعاش کند.

ماشینی که رها می شود تا خودش آزادانه ارتعاش کند، تمایل خواهد داشت با فرکانس طبیعی خودش نوسان نماید.

شف توریین چند فرکانس طبیعی دارد؟

ممکن است بپرسید که شفت توریین، چند فرکانس طبیعی دارد؟

در پاسخ باید بگوییم: بیشتر ماشین ها، بیشتر از یک فرکانس طبیعی دارند. به عنوان مثال یک ماشین که دارای دو جزء با فرکانس های طبیعی متفاوت است، حداقل دو فرکانس طبیعی مختلف دارد. به طور کلی، ماشین هایی که اجزاء و مؤلفه های بیشتری دارند فرکانس طبیعی بیشتری را هم پوشش می دهند. کمترین تعداد مختصات مورد نیاز، برای مشخص کردن کامل موقعیت همه قسمت های یک سیستم، در هر لحظه از زمان را درجه آزادی سیستم (Degrees Of Freedom) می نامند. مثلاً حرکت یک پاندول ساده را می توان تنها با یک مختصات و به وسیله زاویه آن حول محور چرخش، نشان داد؛ بنابراین یک سیستم با یک درجه آزادی ساده است. اما یک شفت توریین بینهایت نقاط جرم دارد و در نتیجه بینهایت مختصات لازم دارد که تغییر شکل آن را مشخص کند. هرچه تعداد درجه آزادی بیشتر شود سیستم پیچیده تر می شود. بنابراین یک ماشین پیچیده مانند شفت توریین بینهایت درجه آزادی و بینهایت فرکانس طبیعی دارد و تعداد فرکانس های طبیعی آن به شیوه مدل کردن شفت توریین بستگی دارد؛ هرچه در مدل ریاضی از المان های جرم، فنر و دمپر بیشتری استفاده کنید، به همان میزان تعداد فرکانس های طبیعی بیشتری را از شفت توریین به دست می آورید.

رزونانس چیست؟

مجدداً همان کودک که بر روی تاب در حال تاب خوردن است را در نظر بگیرید. اگر کودک را با یک ریتم صحیح هل بدهیم او در هنگام تاب خوردن بالا و بالاتر می‌رود. اما اگر ریتم هل دادن ما به گونه‌ای باشد که بعضی وقت‌ها هم‌زمان که او به سمت بالا می‌رود به سمت پایین هل داده شود، نمی‌توان انتظار داشت که درست تاب بخورد. برای اینکه در هنگام تاب خوردن بالا و بالاتر برود، باید ریتم هل دادن ما با فرکانس طبیعی او هماهنگ باشد. مثلاً هر دفعه یا هر یک دفعه در میان می‌توانیم او را زمانی هل بدهیم که او به بالاترین نقطه رسیده باشد. بنابراین تنها با هل دادن او به صورت هماهنگ با فرکانس طبیعی خودش، می‌توانیم بالا و بالاتر رفتن او را باعث شویم. حال اگر نیروی تکرار شونده‌ای در ماشین، ماشین را با ریتم فرکانس طبیعی هل دهد چه اتفاقی می‌افتد؟ این شرایط، مشابه تاب خوردن کودک، باعث بیشتر و بیشتر شدن ارتعاش ماشین می‌شود. این نیروی تکرار شونده ماشین را به ارتعاش با فرکانس طبیعی خود ترغیب کرده و ماشین به شدت و بیش از اندازه ارتعاش خواهد کرد. ماشینی که به این ترتیب ارتعاش می‌کند، رزونانس را تجربه کرده است. این نیروی تکرار شونده که سبب ایجاد رزونانس می‌شود، ممکن است کوچک بوده و ناشی از حرکت اجزای سالم ماشین باشد، این چنین نیروهای تکرار شونده بسیار ملایم نمی‌توانند سبب ایجاد مشکل شوند، مگر اینکه در ماشین ایجاد رزونانس نمایند. به هر روشی، باید از ایجاد رزونانس پرهیز شود چراکه می‌تواند خرابی‌های سریع و شدیدی را سبب شود. مثلاً یک پل ممکن است بر اثر هم‌آوایی در رژه نظامی سربازانی که از روی پل عبور می‌کنند، خراب شود؛ به شرط آنکه آهنگ نوسانی پل با ریتم رژه سربازان برابر باشد و در نتیجه ایجاد رزونانس کند.

به علت تحریک فرکانس طبیعی، رژه رفتن نظامیان روی پل ممنوع می‌باشد.

آیا ضرورت دارد از فرکانس‌های طبیعی سوم، چهارم یا پنجم یک ماشین، مطلع باشیم؟

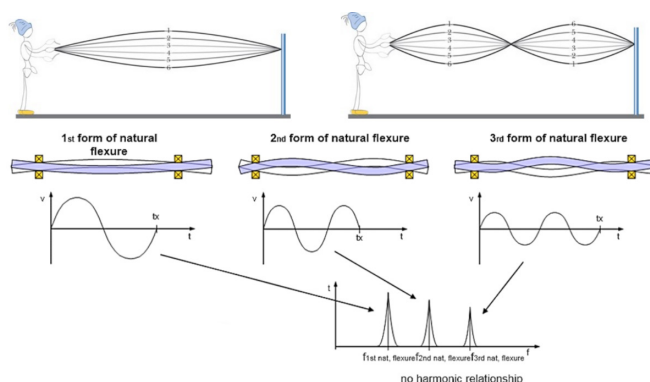
به منظور جلوگیری از رزونانس معمولاً باید به آن دسته از فرکانس‌های طبیعی یک سیستم توجه کنیم که مقادیر آن کمتر از فرکانس کاری سیستم باشد؛ به عنوان مثال در یک الکتروموتور کوچک، چون فاصله تکیه‌گاه‌های نگهدارنده روتور ناچیز است، سختی روتور (k) در الکتروموتور کوچک، بیشتر از یک الکتروموتور بزرگ می‌باشد. همچنین الکتروموتور کوچک جرم (m) کمتری دارد؛ از طرفی فرکانس طبیعی با رابطه $\sqrt{\frac{k}{m}}$ تعیین می‌شود؛ بنابراین فرکانس طبیعی با مجذور سختی، رابطه مستقیم دارد. به همین خاطر در الکتروموتور کوچک، مقدار فرکانس طبیعی عدد بزرگی بوده و از فرکانس کاری الکتروموتور به مراتب بیشتر است؛ در نتیجه برای الکتروموتورهای کوچک فرکانس طبیعی در نظر نمی‌گیرند؛ عکس این حالت در مورد الکتروموتورهای بزرگ وجود داشته و به همین خاطر در ژنراتورها تا چهار فرکانس طبیعی را محاسبه می‌کنند.

مفهوم سرعت بحرانی با مفهوم فرکانس طبیعی تفاوت دارد؛ سرعت بحرانی دوم معمولاً $2/5$ تا 4 برابر سرعت بحرانی اول است و این عدد برای هر ماشین متفاوت می‌باشد. معمولاً بهترین سرعت دورانی ماشین‌ها در محدوده‌ای است که اختلاف سرعت ماشین با سرعت اول و دوم بحرانش از 20٪ تجاوز نکند.

شکل مود (Mode Shape)

هر فرکانس طبیعی، یک شکل مود متناظر به خود را دارد. همان‌طور که در شکل شماره ۳-۹ مشاهده می‌کنید، یک شفت با تکیه‌گاه ساده که با اولین فرکانس طبیعی‌اش در حال نوسان است، ارتعاشی به شکل یک کاسه دارد، اما زمانی که با دومین فرکانس طبیعی‌اش نوسان می‌کند، شکل S به خود می‌گیرد.

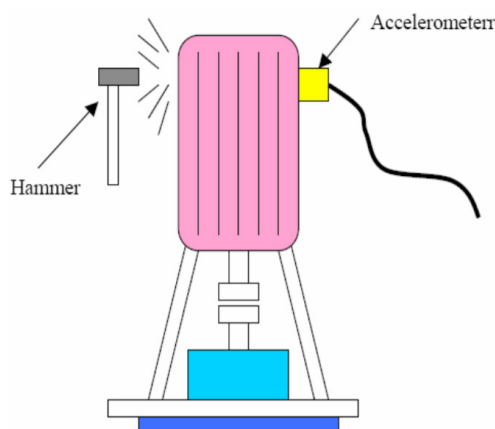
نقاطی در شکل مود هستند که حرکتی ندارند و گره (Nodal Point) نامیده می‌شود. به عنوان مثال شکل مود S یک نقطه گره‌ای در مرکز شفت و یکی در انتهای شفت دارد.



شکل ۳-۹ شکل مود

فرکانس طبیعی ماشین چطور اندازه‌گیری می‌شود؟

یکی از روش‌های اندازه‌گیری فرکانس طبیعی تست ضربه می‌باشد. بدین منظور ابتدا سنسور شتاب‌سنج پیزو الکتریک را به ماشین متصل نموده و دستگاه آنالیز ارتعاشات را برای ذخیره طیف با حداقل هشت میانگین‌گیری، تنظیم می‌نماییم. سپس با چکش لاستیکی یا چوبی به ماشین ضربه‌ای می‌زنیم تا تحریک شود. در پایان دستگاه آنالیز، فرکانس طبیعی ماشین را نشان می‌دهد.



شکل ۳-۱۰ انجام تست ضربه بر روی یک پمپ عمودی

روش‌های پیشرفته‌تر با استفاده از لرزاننده‌های مکانیکی یا الکتروپنایمکی و یا چکش‌های نیرو، با استفاده از آنالیزهای FFT دو کاناله، دقیق‌تر هستند. همچنین این روش‌ها امکان اندازه‌گیری فرکانس طبیعی ماشین در حال کار را نیز میسر می‌سازند. روش دیگر برای محاسبه فرکانس طبیعی منحنی‌های Run Up و Coast Down است.

اگر می‌خواهید درباره «تئوری ارتعاشات ماشین» به اطلاعات کاربردی و سودمندی دسترسی داشته باشید، پیشنهاد می‌کنیم فیلم رایگان در مقاله زیر را مشاهده نمایید.

Www.Kordizade.Com/Vibration-Theory

